OPŠTE KARAKTERISTIKE MERNIH SISTEMA

Dr. Ličen Hotimir
trcpro@neobee.net

www.hbm.com

ISTRAŽIVANJE U NAUCI I TEHNICI:

- TEORIJSKO
- EKSPERIMENTALNO

ISTRAŽIVAČKI RAD

Teorijski prilaz problemu:

• Daje rezultate uopštene primenljivosti.
• Svaki proračun je toliko dobar koliko su dobri podaci na osnovu kojih je proračun izveden, tj. **model** i **polazni podaci**.
• Tačan i pouzdan proračun iziskuje kod kompleksnih problema veoma složene računske operacije koje je bez pomoći savremenih računarskih mašina nemoguće izvesti.
• Za teorijske analize potreban je samo papir, olovka i kalkulator. Skupocena i razuđena laboratorijska oprema nije potrebna, što znatno utiče na troškove.
• Rezultati se relativno brzo dobijaju, tj. nema vremenskog kašnjenja koje je često prisutno kod eksperimentalnog rada.

ISTRAŽIVAČKI RAD

Eksperimentalni prilaz problemu:

• Daje razultate koji se odnose uvek samo na specifičan sistem i uslove ispitivanja.
• Nije potrebna nikakva aproksimacija, rezultati odražavaju pravo stanje i realan sistem koji se ispituje.
• Potrebno je duže vreme da bi se došlo do eksperimentalnih rezultata i shodno tome su relativno visoki troškovi.
• Neophodna je razuđena i savremena eksperimentalna oprema

Fundamentalna istraživanja

Fundamentalna istraživanja su vezana za izučavanje fenomena određene pojave, tj. fizikalnih zakonitosti unutar određene pojave. Razlog za ovu vrstu istraživanja je obično želja za sticanjem novih saznanja o toj pojavi, najčešće nezavisno od potreba razvoja nekog novog produkta.

ISTRAŽIVAČKI RAD

Primenjena istraživanja

Za potrebe određenog produkta i mogu biti podstaknuta raznim razlozima u pojedinim fazama razvoja određenog produkta i to:

- ***Razvojna istraživanja***

Istraživanja vezana pre svega na ispitivanje pojedinih parametara i njihovog uticaja na konstruktivno oblikovanje produkta (probni stolovi).

- ***Prototipska istraživanja***

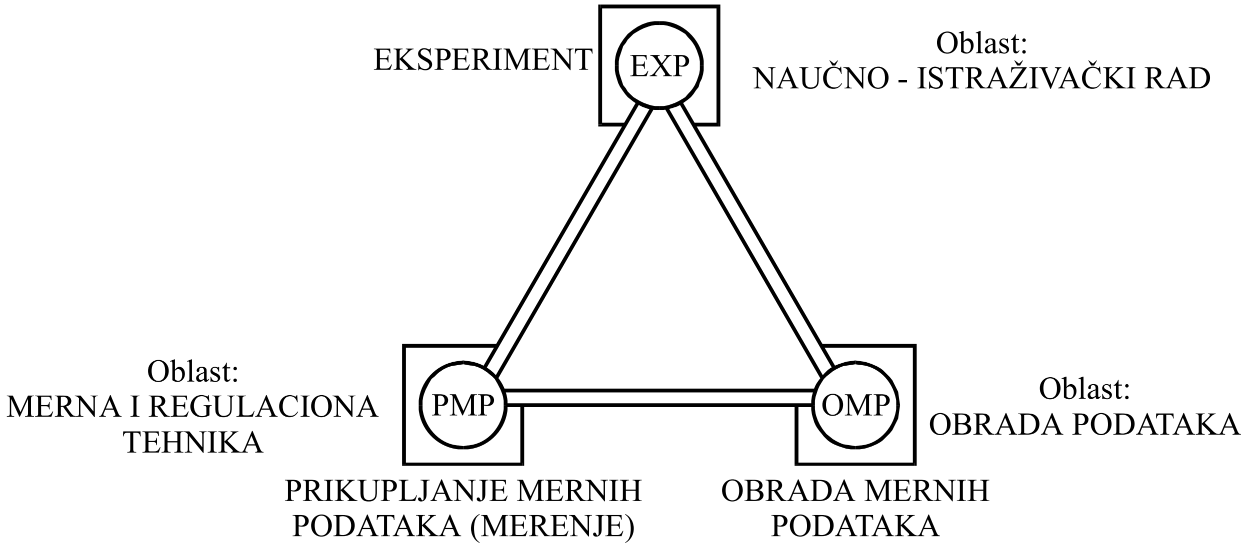
Provera funkcionalnosti sistema kao i ispitivanja vezana za proveru karakteristika i postavljenih zahteva

- ***Eksploataciona istraživanja***

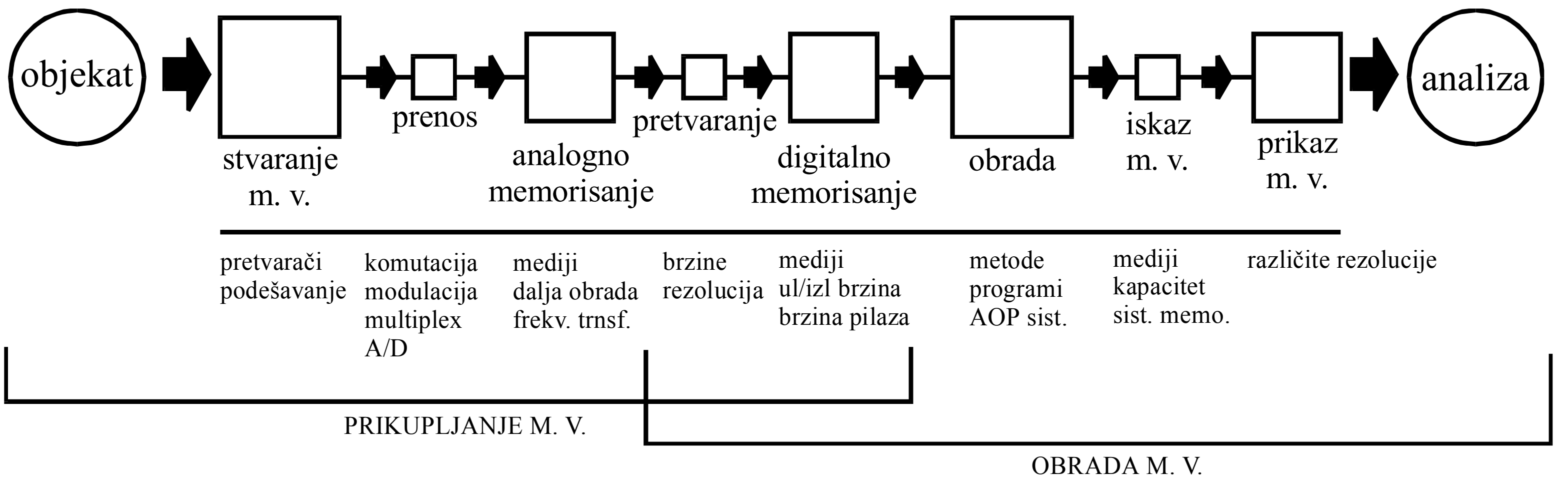
Ispitivanja eksploatacionih karakteristika sistema u cilju:

- dobijanja informacija neophodnih za projektovanje novih sistema ili optimizaciju postojećih,
- otklanjanje nekih nedostataka sistema koji se javljaju u eksploataciji.

Uloga i značaj eksperimentalnih istraživanja

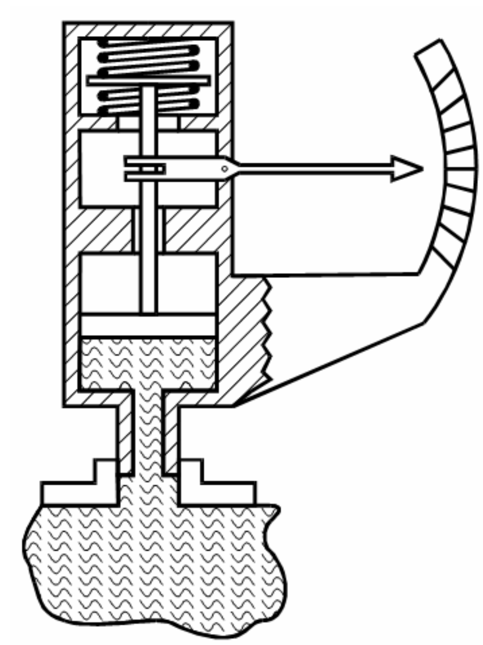


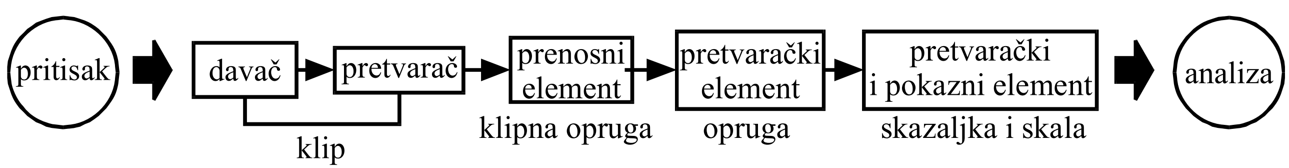
PRIKUPLANJE MERNIH VELIČINA - MERENJE



Merni lanac

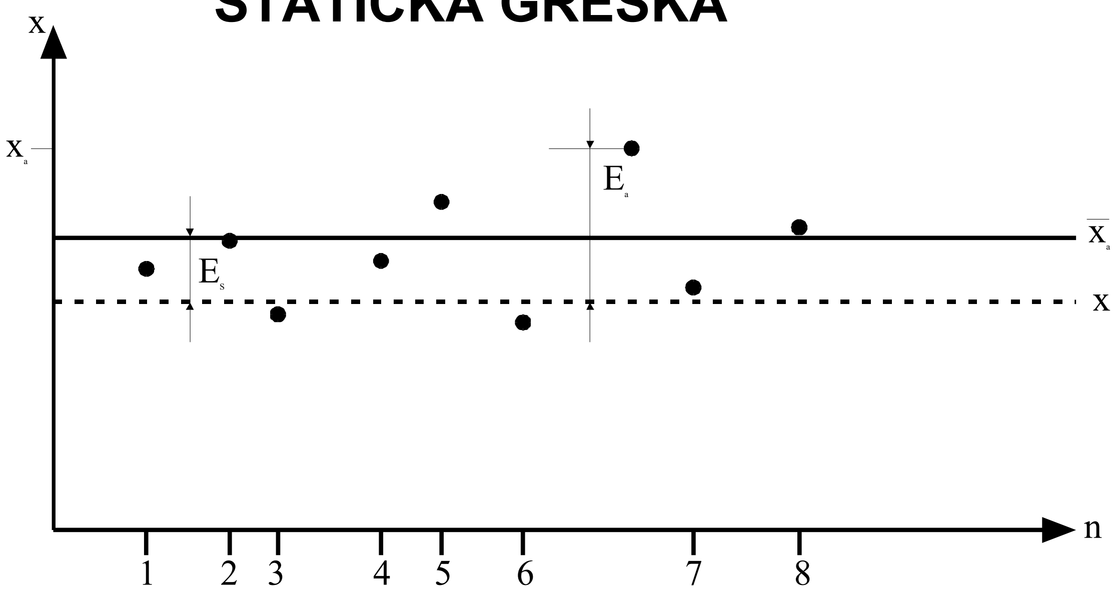
MERNI LANAC PRI MERENJU PRITISKA





STATIČKE KARAKTERISTIKE MERNOG SISTEMA

STATIČKA GREŠKA



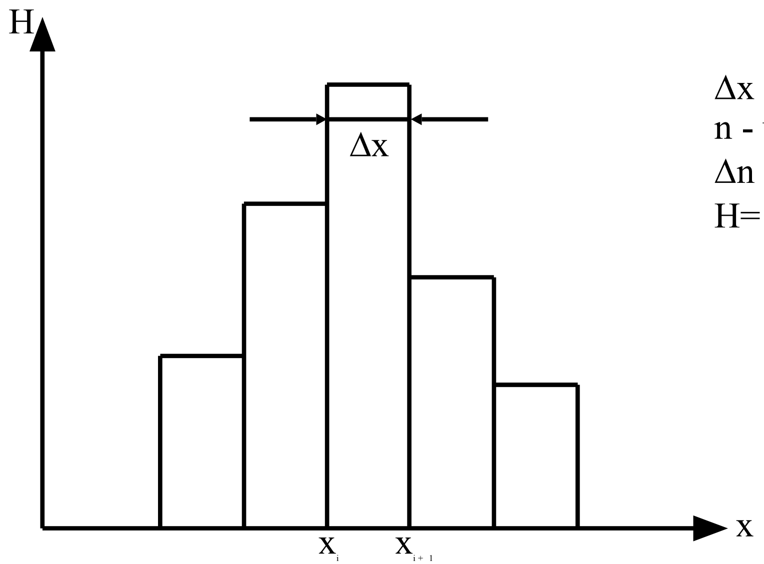
$\bar{x}_a$ - očitana vrednost
x - "stvarna" vrednost
E_s - sistematska greška
E_a - slučajna greška

$$E = E_S + E_a = x_a - x$$

Sistematska greška *Es*
Slučajna greška *Ea*

Relativna greška: $\varepsilon = \frac{E}{x} = \frac{E}{x_a} \cdot 100\%$

SLUČAJNA GREŠKA:
Histogram

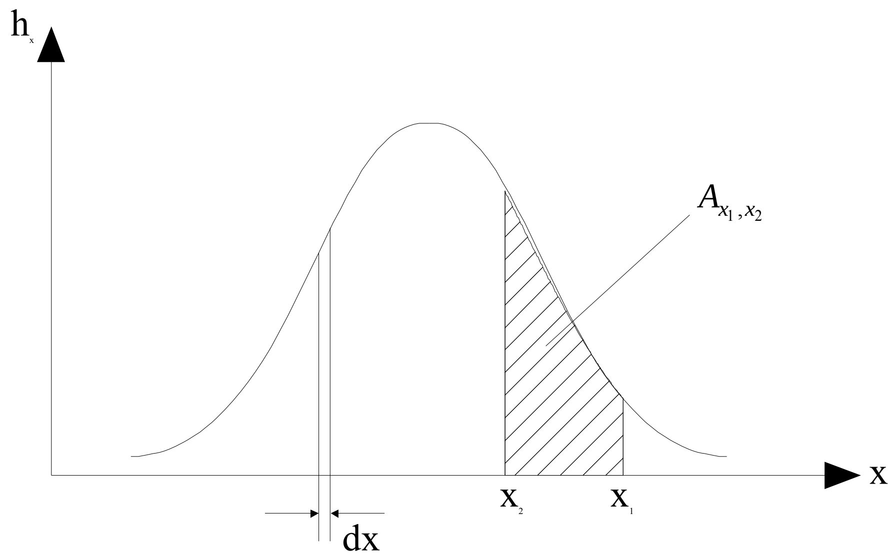


Δx - širina klase
n - ukupan broj svih očitanih veličina
Δn - broj očitanih veličina u intervalu Δx
$H = \frac{\Delta n}{\Delta x}$ - učestanost veličina u intervalu Δx (apsolutna učestalost)

$$h = \frac{H}{n} = \frac{\Delta n}{n \cdot \Delta x} \qquad \sum h \cdot \Delta x = \sum \frac{\Delta n}{n \cdot \Delta x} \cdot \Delta x = \frac{\sum \Delta n}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

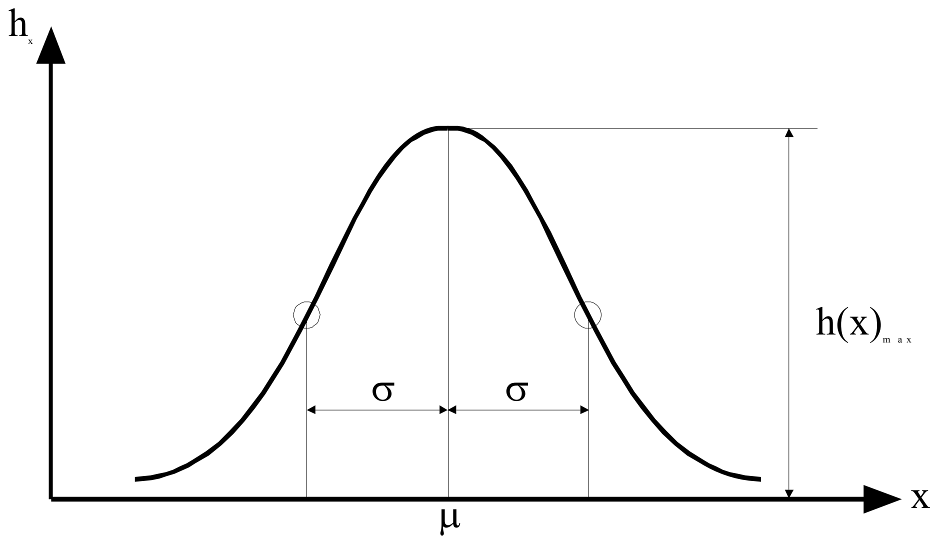
Ako: $\boxed{\begin{array}{l} n \to \infty \\ \Delta x \to dx \\ \Delta n \to dn \end{array}}$ važi: $\boxed{h_x = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta n \to 0}} \frac{\Delta n}{n \cdot \Delta x} = \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dx}}$

DISTRIBUCIJA FREKVENCIJE hx=f(x),
Predstavlja verovatnoću da neka imerena vrednost lezi između x1 i x2



$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} h_x dx = \frac{1}{n}\int_{x_1}^{x_2} \frac{dn}{dx} dx = \left|\frac{\Delta n}{n}\right|_{x_1}^{x_2} = A_{x_1,x_2}$$

KARAKTERISTIKE GAUSS-OVE DISTRIBUCIJE



$$h_x = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

za svako *x*: $-\infty < x < +\infty$

- **Određivanje maksimuma funkcije** $\left(\frac{dh}{dx} = 0\right)$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot 2(x-\mu)\frac{1}{2\sigma^2} = 0 \Rightarrow x = \mu$$

- **Rešenja funkcije za vrednosti $h_x=0$:**

$$x_{1,2} = \pm\infty$$ → **horizontalne asimptote**

- **Maksimalna vrednost:** $$h_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \frac{0.4}{\sigma}$$ **za $x=\mu$, μ je srednja vrednost i istovremeno najučestanija vrednost.**

- **Određivanje prevojnih tačaka** $$\left(\frac{d^2h}{dx^2}\right) = 0$$

$$\frac{d^2h}{dx^2} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot \left(\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2}\right) = 0$$

$$\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2} = 0$$

$$(x-\mu) = \pm\sigma \Rightarrow x = \mu \pm \sigma$$

DISTRIBUCIJA FREKVENCIJE je:

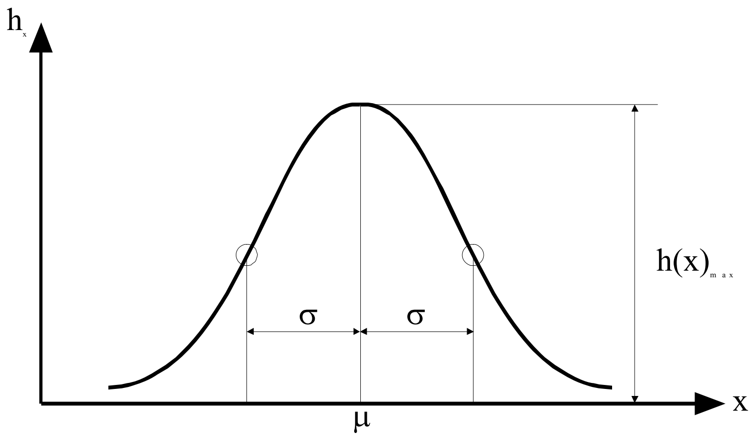
- Definisana sa dva parametra:
  - μ (srednja vrednost) I
  - σ (standardno odstupanje)

Aritmetička srednja vrednost:

$$\mu = \frac{\sum x_i}{n} = \overline{x}$$

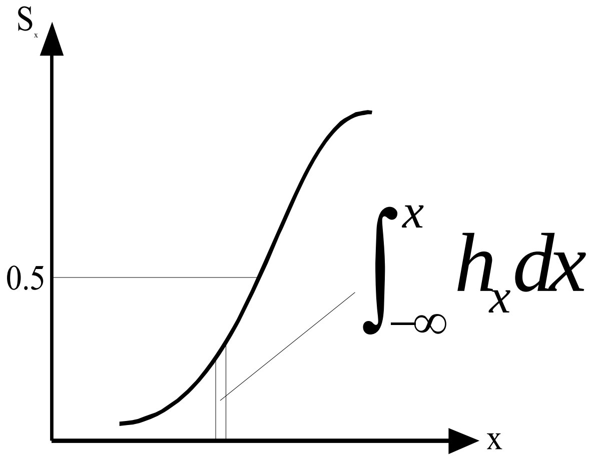
Standardno odstupanje:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}}$$

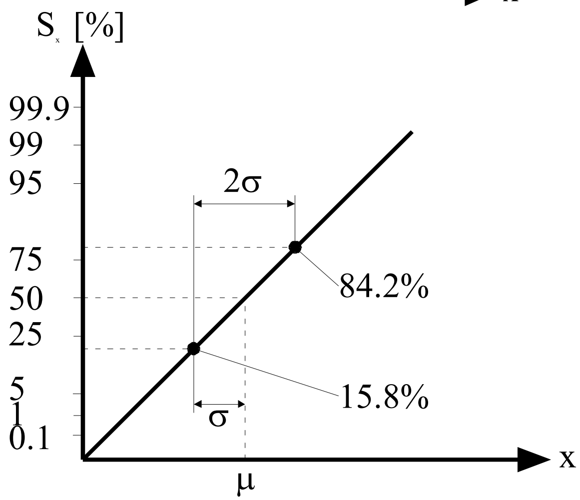


KUMULATIVNA DISTRIBUCIJA FREKVENCIJE

• predstavlja verovatnoću da je neka vrednost manja ili jednaka definisanoj vrednosti



$$S_x = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot dx = \int_{-\infty}^{x} h_x \cdot dx$$

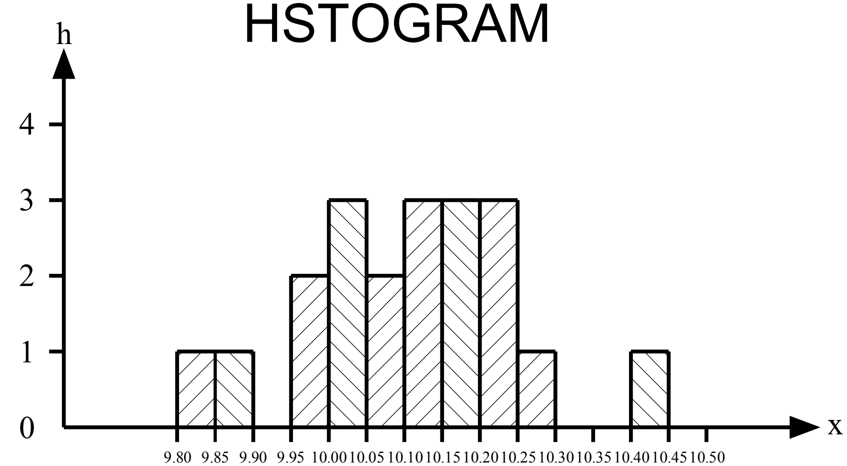


Kod idealne Gausove distribucije možemo pokazati da:
68% očitavanja leže unutar ±σ
95% očitavanja leže unutar ±2σ
99.7% očitavanja leže unutar ±3σ

PRIMER: Merenje pritiska....20 merenja

Broj očitavanja *i*	**Vrednost očitavanja [bar]**	**Broj očitavanja *i***	**Vrednost očitavanja [bar]**
1	10.02	11	10.05
2	10.20	12	10.17
3	10.26	13	10.42
4	10.20	14	10.21
5	10.22	15	10.23
6	10.13	16	10.11
7	9.97	17	9.98
8	10.12	18	10.10
9	10.09	19	10.04
10	9.90	20	9.81

HSTOGRAM



Srednjavrednost: $\mu \cong \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = 10.11$

Statistička procena

Standardno odstupanje: $\sigma \cong s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N-1}} = 0.14$

Satistička procena

Procena bliskosti između statističke procene i stvarne veličine:

- odrđujemo standardno odstupanje za srednju vrednost

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{N-1}}$$

s - satistička procena za standardno odstupanje

N – broj merenja

- da bi se greška smanjila potrebno je sa kvadratom povećati broj merenja (uzoraka)

Za naših 20 merenja važi: $s_{\bar{x}} = \frac{\pm 0.28}{\sqrt{19}} = \pm 0.064\,\text{bara}$

Pa kažemo da postoji verovatnoća od 95% (2 σ) da $\bar{x}$ (procena) ne odstupa od μ (stvarna vrednost) za više od $\pm$0.064 bar

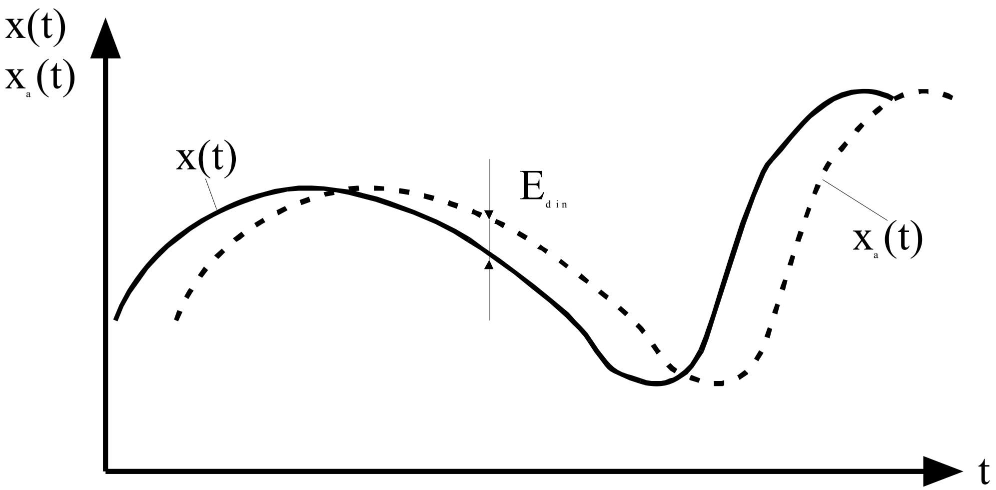
SISTEMATSKA GREŠKA:

Posledica mernog sistema > KALIBRACIJA

Matematička interpolacija: **METODA NAJMANJIH KVADRATA**

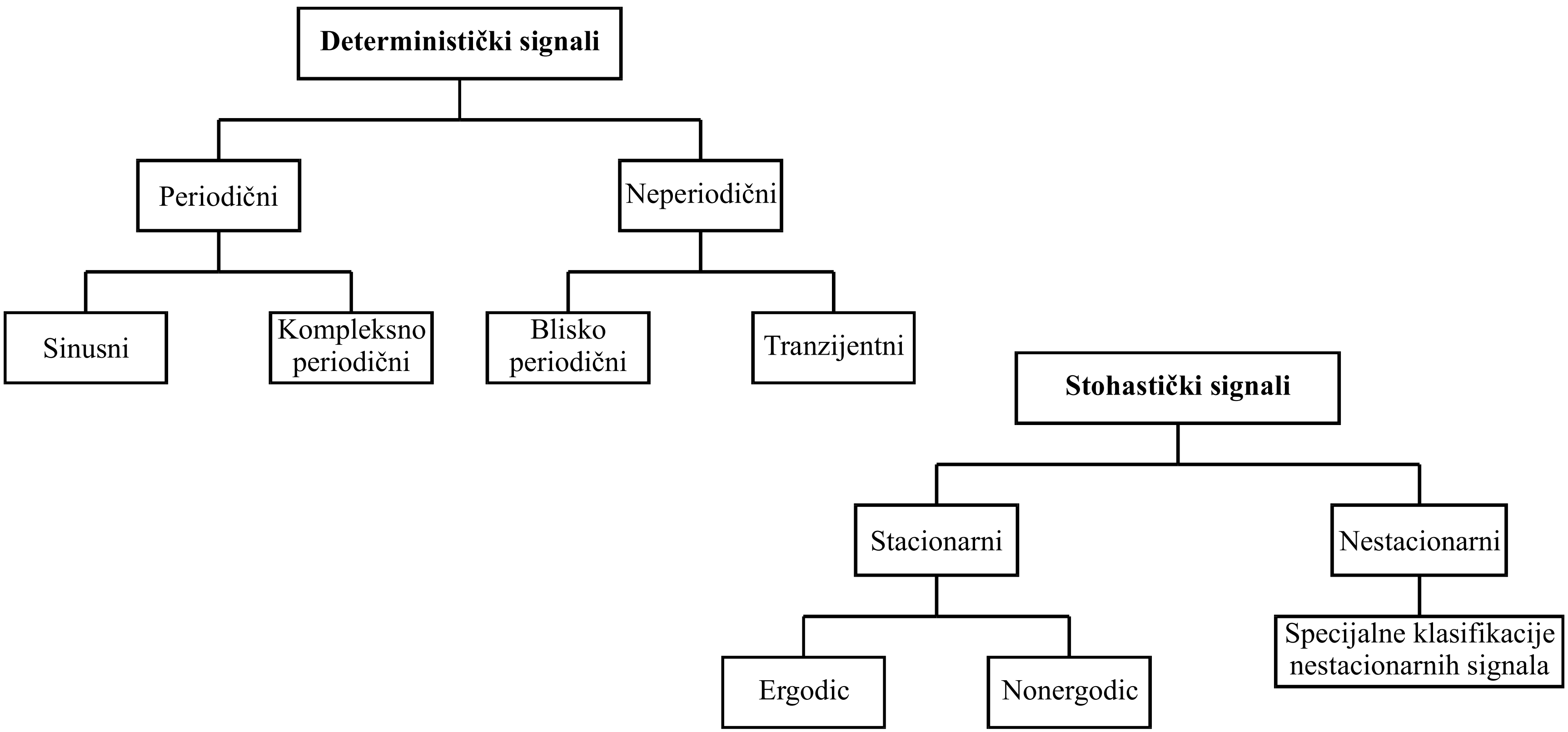
Definisanje KLASE TAČNOSTI mernog sistema, kao maksimalne procentualne greške u odnosu na nominalnu vrednost

DINAMIČKE KARAKTERISTIKE MERNOG SISTEMA
DINAMIČKA GREŠKA



$E_{din} = x_a - x$ - dinamička greška
x_a - izmerena veličina
x - stvarna veličina

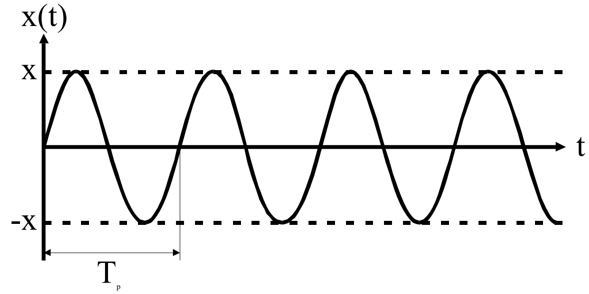
KLASIFIKACIJA MERNIH SIGNALA (PROCESA)



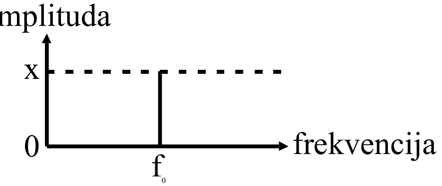
DETEREMINISTIČKI:

Sinusni:

$$x(t) = X\sin\left(2\pi \cdot f_0 t + \theta\right)$$



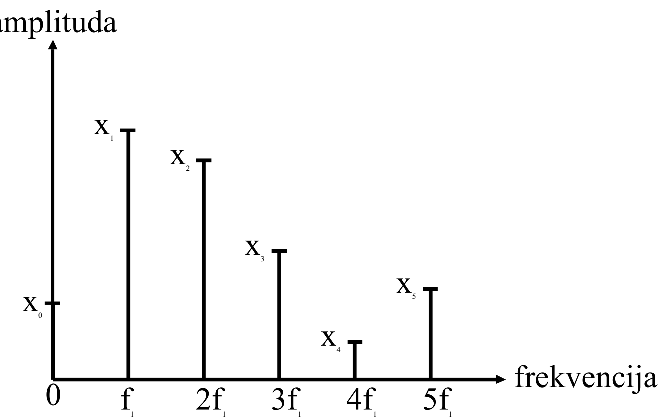
Domen vremena



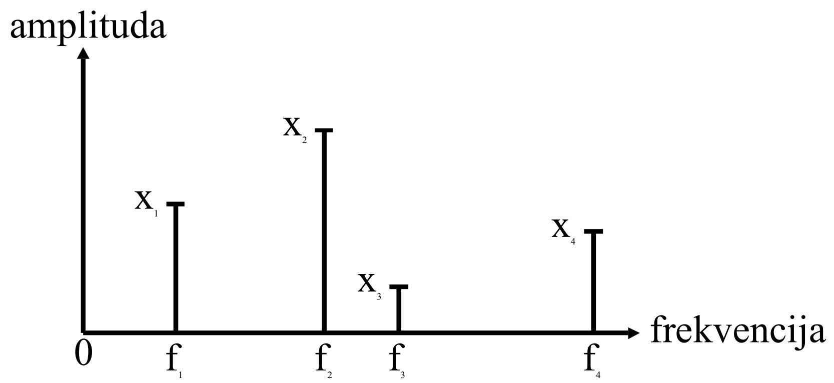
Domen frekvencije

Kompleksno periodični:

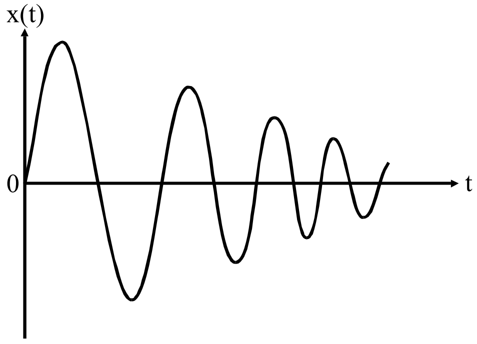
$$x(t) = X\left(t \pm nT_p\right), n = 1, 2, 3\ldots$$



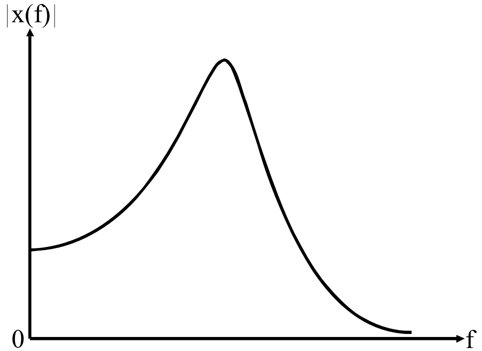
Blisko periodični:



Tranzijenti:



Domen vremena

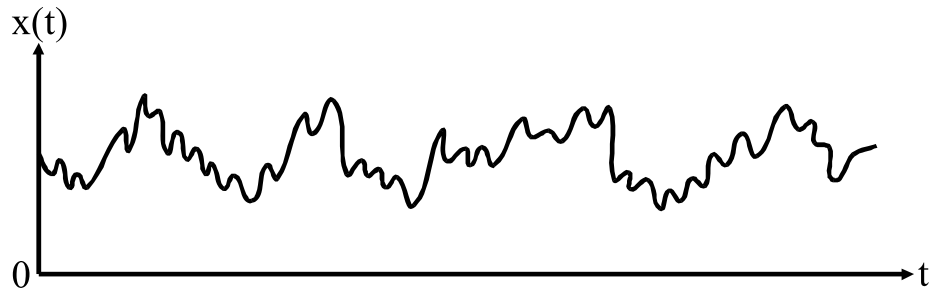


Domen frekvencije

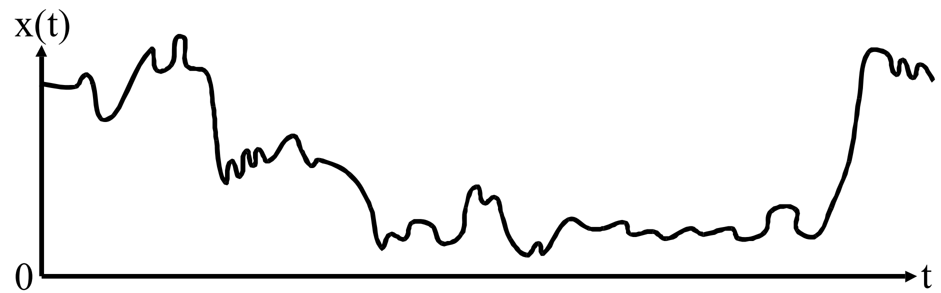
Realization

STOHASTIČNI SIGNALI: (opisuju se statistikom)

Stacionarni:



Nestacionarni:



STATISTIČKI PARAMETRI:

- *Srednja kvadratna vrednost*
- *Distribucija frekvencija*

3. *Autokoleracijska funkcija*
4. *Spektralna gustoća*

SREDNJA KVADRATNA VREDNOST

$$\psi_x^2 = \lim \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\, dt$$

Daje informaciju o intenzitetu (energiji) signala

$$\mu_x = \lim \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, dt$$

Srednja vrednost

$$\sigma_x^2 = \lim \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \left[x(t) - \mu_x\right]^2 dt$$

Standardno odstupanje

$$\sigma_x = \sqrt{\psi_x^2 - \mu_x^2}$$

Varijansa

DISTRIBUCIJA (RASPODELA) AMPLITUDE

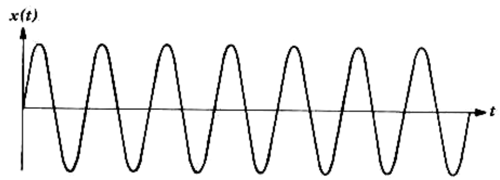
$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x)\,dx$$

$$\psi_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot p(x)\,dx$$

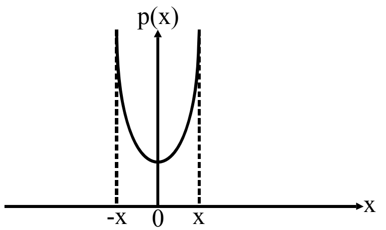
Vremenski signal

Raspodela

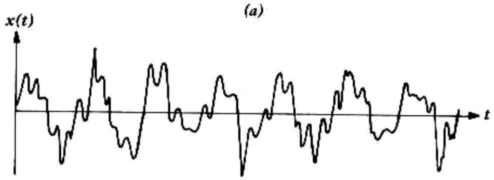
sinus



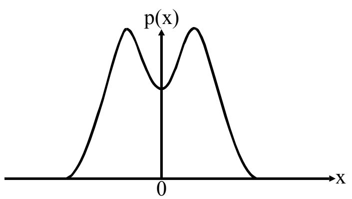
(a)



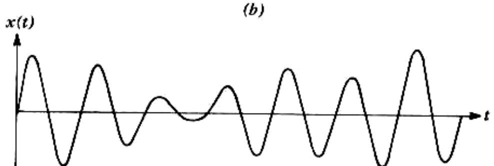
Sinus + šum



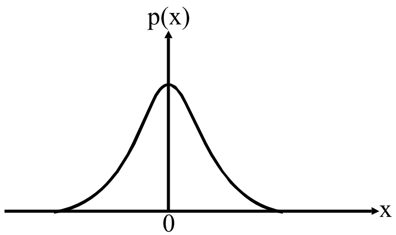
(b)



Uskopojasni šum



(c)



Širokopojasni šum

(d)

Prof. Dr. Hotimir Ličen, TRCpro

AUTOKORELACIJSKA FUNKCIJA

$$R_x(T) = \lim \frac{1}{T} \int_0^t x(t) \cdot x(t+\tau)\, dt$$

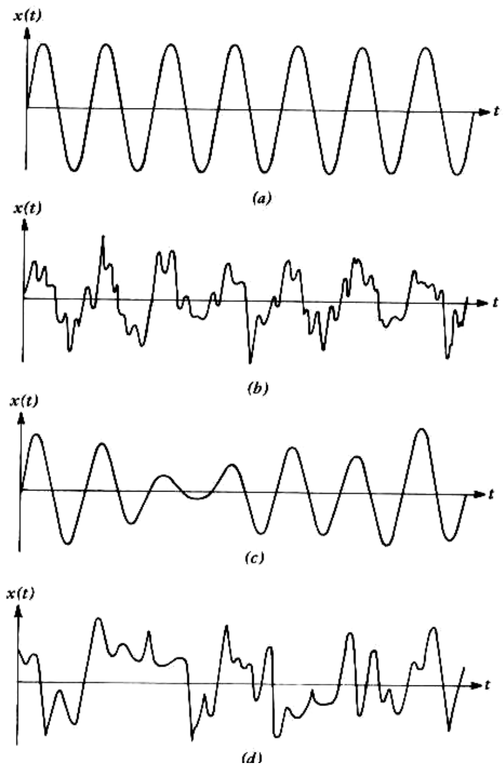
Vremenski signal | Autokorelacijska funkcija

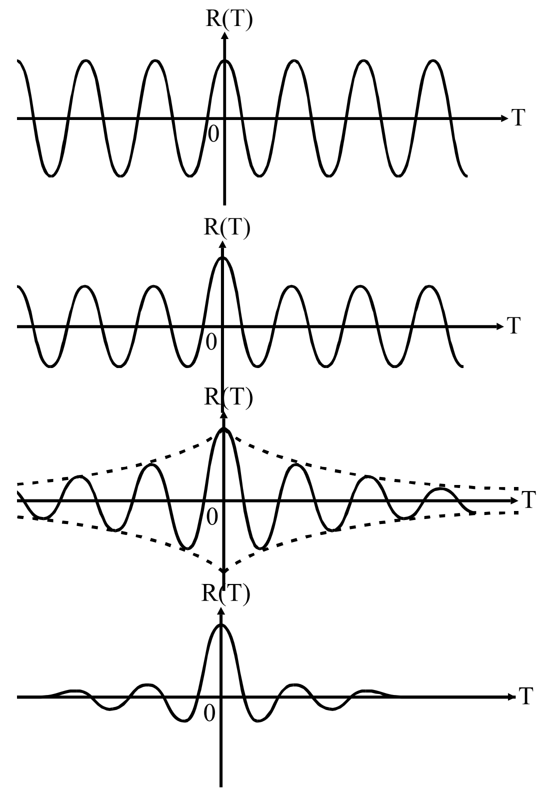
sinus

Sinus + šum

Uskopojasni šum

Širokopojasni šum





SPEKTRALNA GUSTOĆA $G_x(f) = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{\psi_x^2(f, \Delta f)}{\Delta f} = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{1}{(\Delta f)} \left[\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t, f, \Delta f)\, dt \right]$

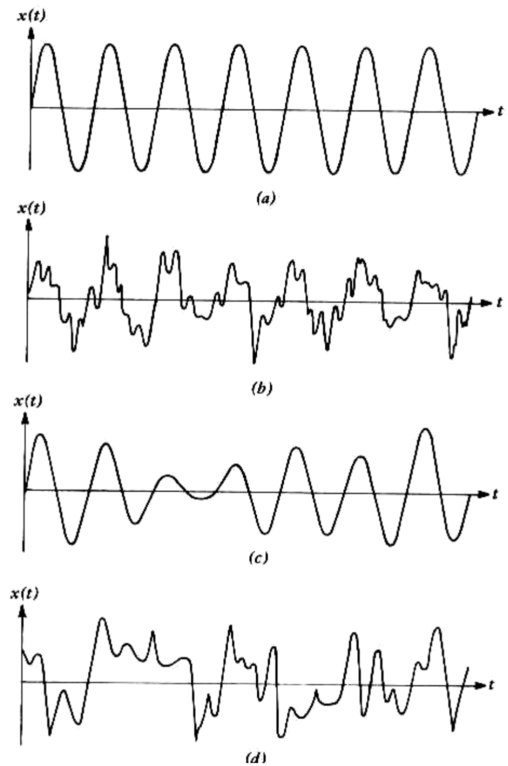
Opisuje frekventni sadržaj signala

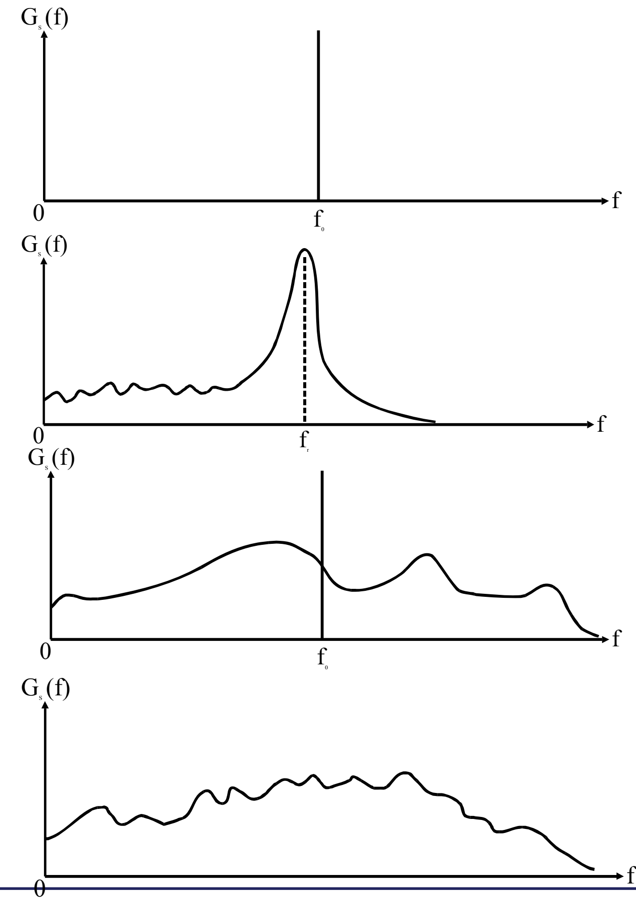
Sinus

Uskopojasni šum

Sinus + šum

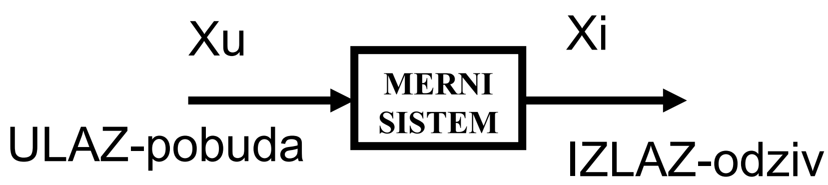
Širokopojasni šum





PRENOSNE KARAKTERISTIKE MERNOG SISTEMA
Prenosna funkcija

Definiše odnos izlazne i ulazne veličine

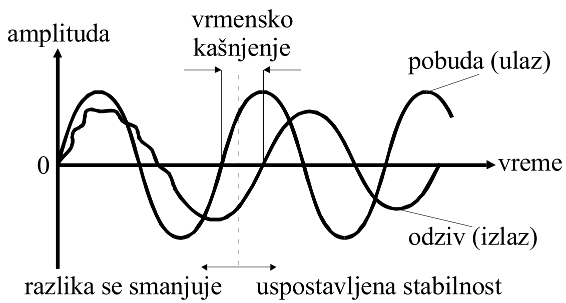


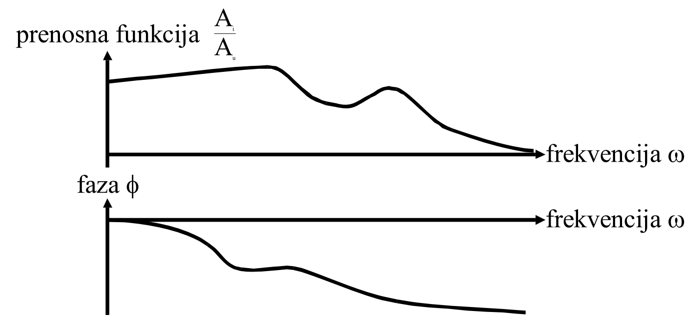
Određuje se snimanjem odziva na definisanu pobudu.
Pobuda se najčešće koristi kao:

- Sinusna pobuda
- Impulsna pobuda
- Stohastička pobuda

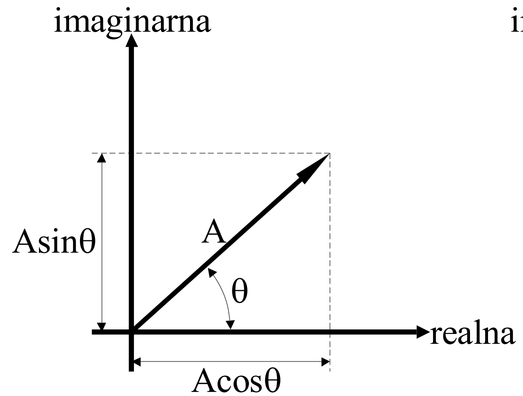
Frekventni odziv (odziv sistema na sinusnu pobudu)

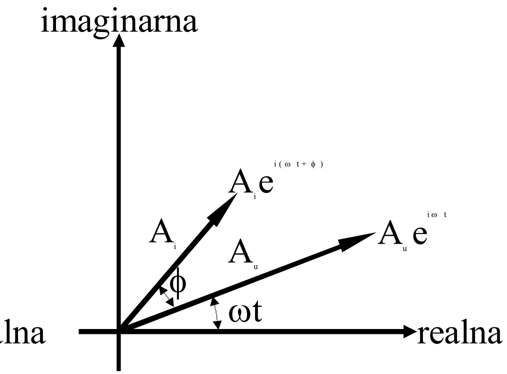
$$\frac{x_i}{x_u}(j\omega) = G(j\omega) = \frac{A_i e^{j(\omega t+\varphi)}}{A_u e^{j\omega t}} = \frac{A_i}{A_u} e^{j\varphi}$$





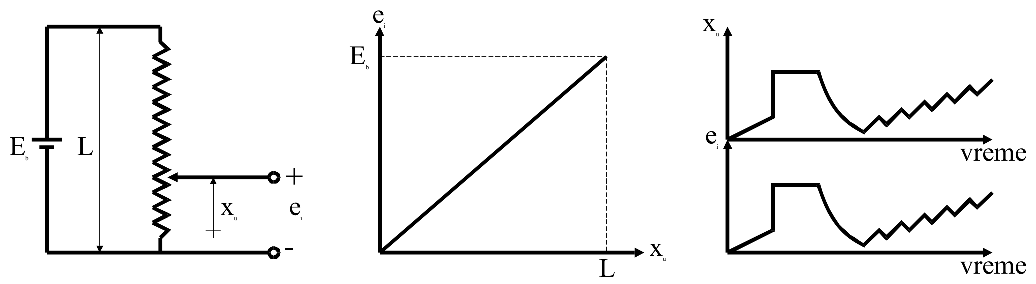
Prikaz u kompleksnoj ravni





SISTEM NULTOG REDA

$$x_i = \frac{b_0}{a_0} x_u = K \cdot x_u , K = \frac{b_0}{a_0}$$

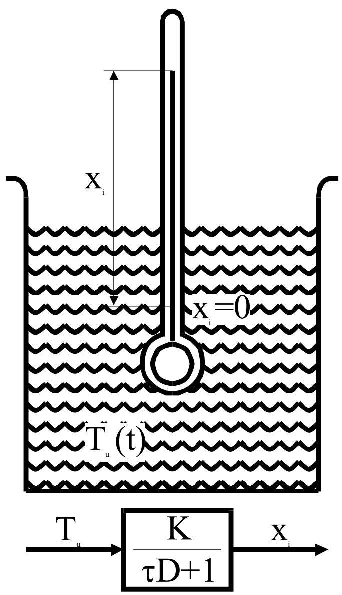


Postoji linarna veza između izlazne i ulazne veličine

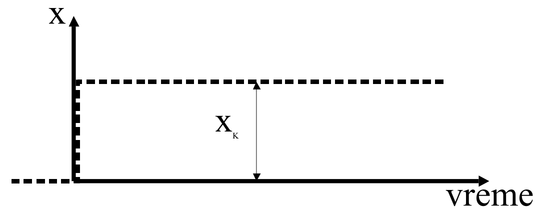
SISTEM PRVOG REDA

$$\frac{x_i}{x_u}(D) = \frac{K}{\tau D + 1}$$

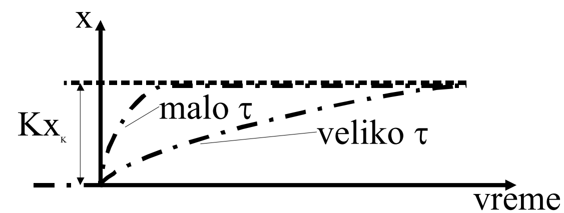
Jednačina prenosne funkcije u operatorskom obliku (D= d../dt)



ulaz



izlaz



Merenje temperature

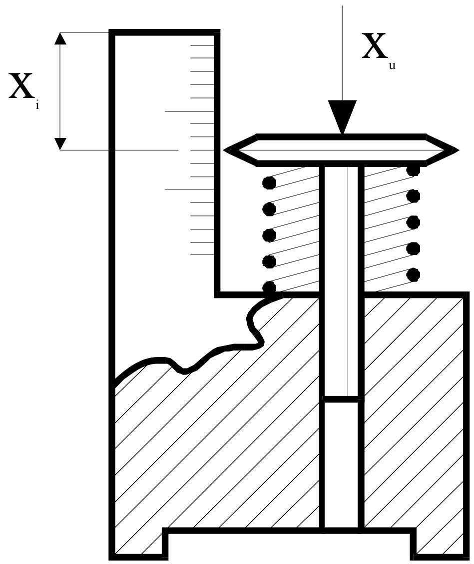
SISTEM DRUGOG REDA

$$a_2 \frac{d^2 x_i}{dt^2} + a_1 \frac{dx_i}{dt} + a_0 x_i = b_0 x_u$$

$K = \frac{b_0}{a_0}$ - statička osetljivost

$\omega_n = \frac{a_0}{a_2}$ - neprigušena (sopstvena) frekvenca

$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$ - prigušenje



Prenosna funkcija

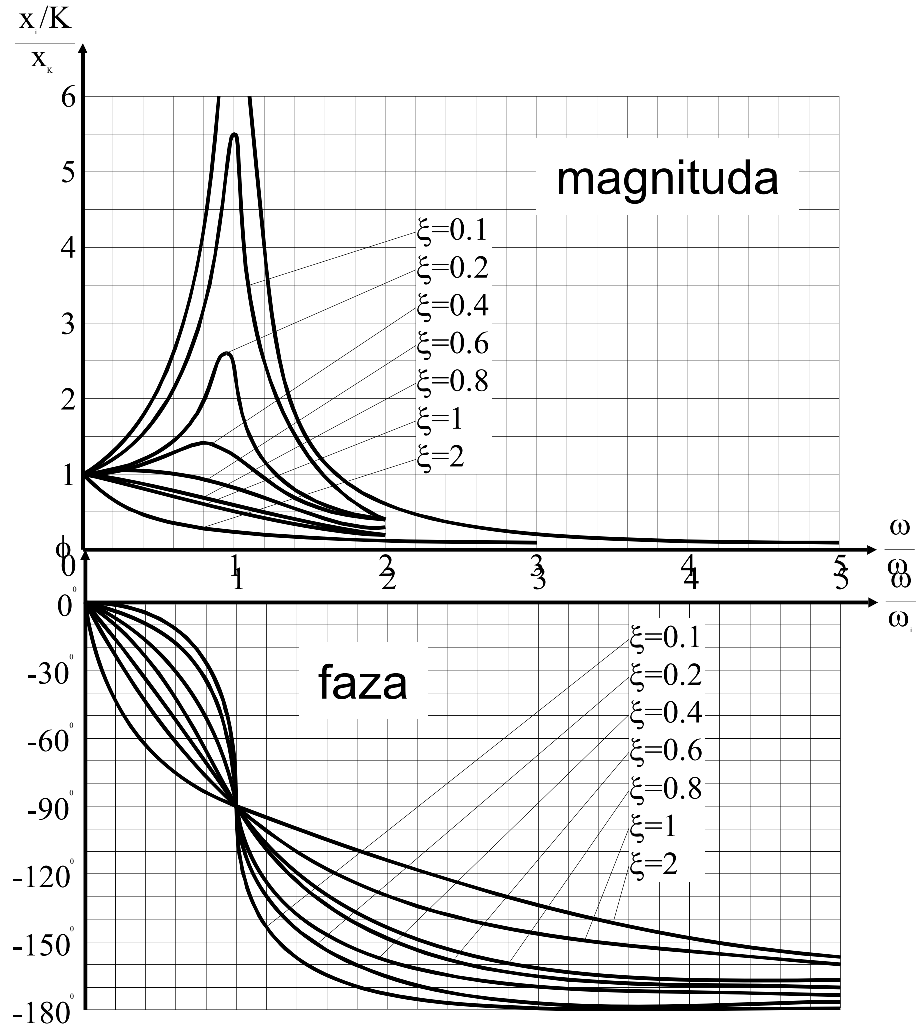
$$\frac{x_i}{x_u}(D) = \frac{K}{\frac{D^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi D}{\omega_n} + 1}$$

Frekventni odziv sistema drugog reda

BODE-ov dijagram

$$\frac{\frac{x_i}{K}}{x_u}(j\omega) = \frac{1^D}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \frac{4\xi^2\omega^2}{\omega_n^2}}}$$

$$\tan\varphi = \frac{2\xi}{\frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega}}$$



MERENJE MEHANIČKIH VELIČINA

HVALA...

... NA PAŽNJI